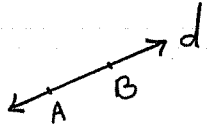


فصل اول :

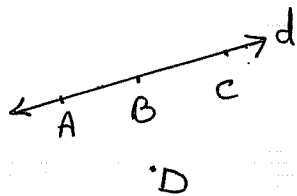
« زوایا »

نقطه : اثر نوبت هم بردی تا بخند و الوند



خط : مجموعه ای از نقطه در یک امتداد که دو سر آن بی انتهاست

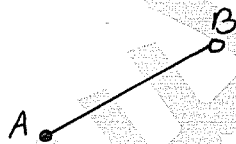
☆ نیم راست و در یک امتداد : تقاطع که روی یک خط قرار دارند با هم در یک امتداد می باشد



A, B, C → doğrusaldır.

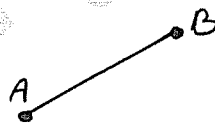
A, B, D → doğrusal değildir.

پاره خط : نه ای از یک خط که از دو طرف محدود باشد



$[AB)$ $[AB[$

yarı açık doğru parçası

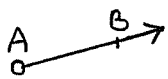


$[AB]$



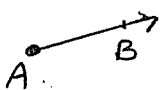
(AB) $]AB[$

açık doğru parçası



$]AB$

نیم خط : خطی که از یک انتها محدود و از سمت دیگر بی انتهاست



$[AB$

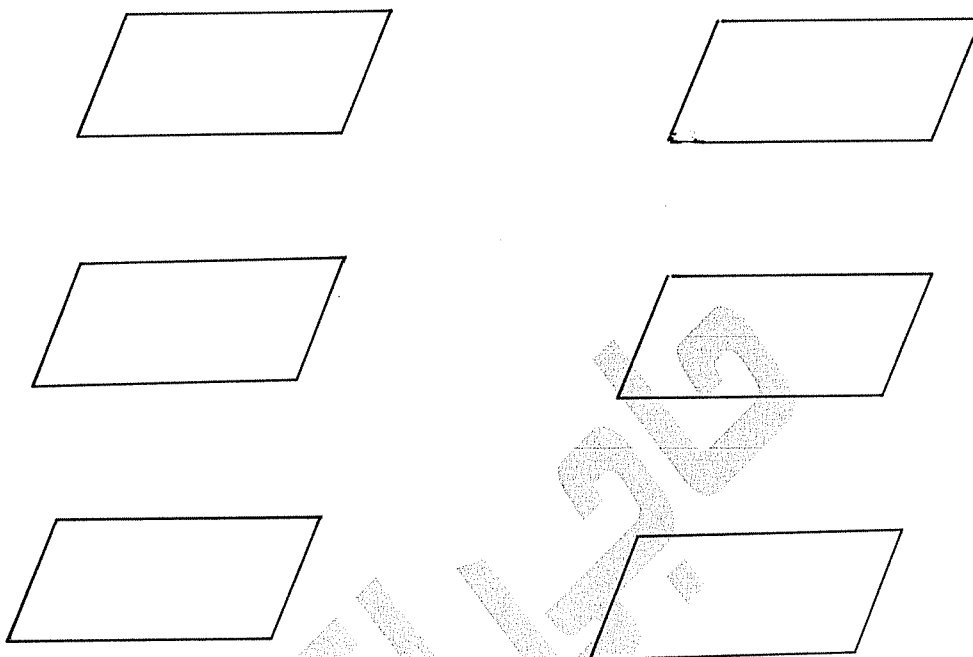
خط : خطی که از یک انتها محدود و از سمت دیگر بی انتهاست

تفاوت نیم خط و خط : در هر دو یا مخالف بودن انتها محدود می باشد

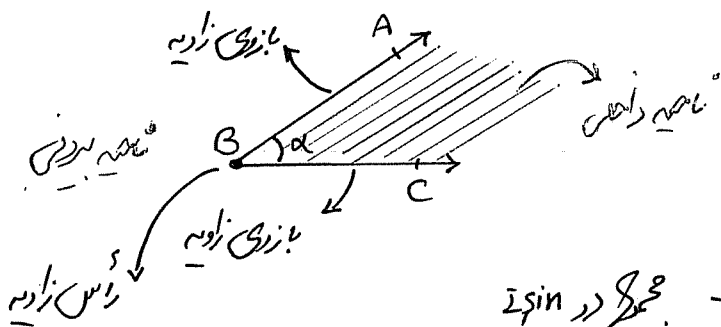
تعداد زوای اقلی در n ضلع در n صفحه :

min

max



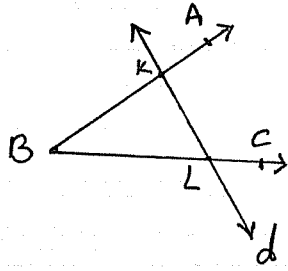
زاویه : از اقل در n ضلع در n صفحه به شکل n ضلع به وجود می آید.



$$\hat{A}BC = \hat{B} = \alpha$$

مجموع در n ضلع + زاویه داخلی = n ضلع داخلی

(ABC) نسبتاً دایره می شود.



1) $\hat{ABC} \text{ nd} =$

2) $(\hat{ABC}) \text{ nd} =$

سؤال :

واحد کی اندازه لری زانویه :

$$1^\circ = 60' \iff 1^\circ = 3600''$$

دقیقه	360°	درجه
ثانیه	400	رادیان
	2π	رادیان

$$\frac{D}{180} = \frac{G}{200} = \frac{R}{\pi}$$

سؤال : $\frac{2\pi}{5}$ چند درجه و 150° چند رادیان می باشد ؟

سؤال : $5532''$ چند درجه، دقیقه و ثانیه می باشد ؟

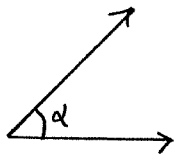
سؤال : $42^\circ 24' 18''$ چند درجه می باشد ؟

$$\begin{array}{r} 17^\circ \quad 41' \quad 25'' \\ + 32^\circ \quad 47' \quad 51'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28^\circ \quad 38' \quad 20'' \\ - 19^\circ \quad 44' \quad 33'' \\ \hline \end{array}$$

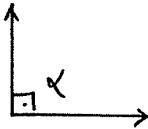
سؤال :

انواع زوایا :



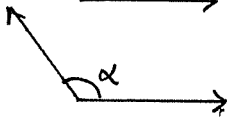
$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$

زاویه تند یا حاده :



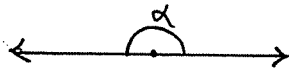
$$\alpha = 90^\circ$$

زاویه قائمه :



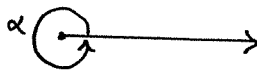
$$90^\circ < \alpha < 180^\circ$$

زاویه باز یا منفرجه :



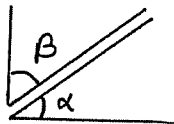
$$\alpha = 180^\circ$$

زاویه نیم صاف :



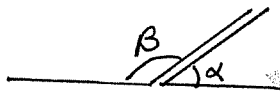
$$\alpha = 360^\circ$$

زاویه کامل :



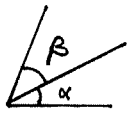
$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

زوایای متمم :



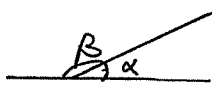
$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

زوایای مکمل :



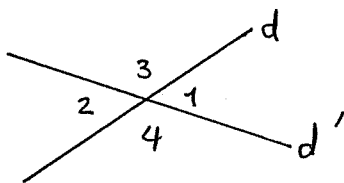
دو زاویه مجاور و یا هم‌دایره داخلی هم‌الزیم دارند.

زوایای هم‌دایره یا مجاور :



هم‌جوار در هم مکمل باشد.

زوایای مجانب :



$$\hat{1} = \hat{2}$$

$$\hat{3} = \hat{4}$$

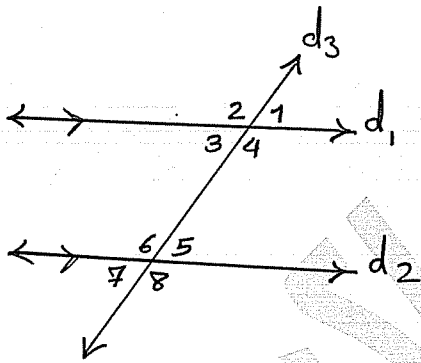
زوایای متقابل مجانب :

در رأس مشترک بوده و ضلع‌های آنها در جهت برعکسند.

مثال : نسبت مثلث یک زاویه به مجموع آن برابر 3 یا می باشد این زاویه چند درجه است؟

قضیه خطوط موازی :

لذیر خود دو خط موازی و یک خط مورب جهت زاویه تولید می شود که تمام زاویه های تند با هم و تمام زاویه های باز نیز با هم برابر می باشند و برعکس

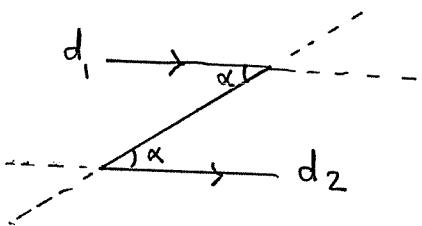


$$d_1 \parallel d_2 \iff \begin{aligned} 1=3=5=7 \\ 2=4=6=8 \end{aligned}$$

- ← yondeş açı (1)
- ← içters açı (2)
- ← dışters açı (3)
- ← karşı açı (4)

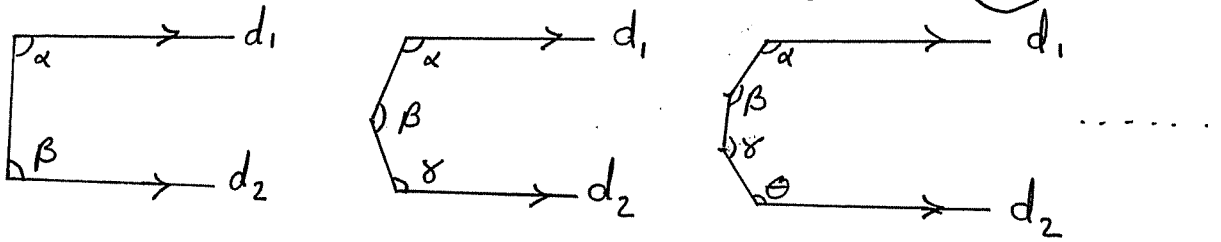
$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

مجموع زوایا بین دو خط موازی برابر 180° می باشد



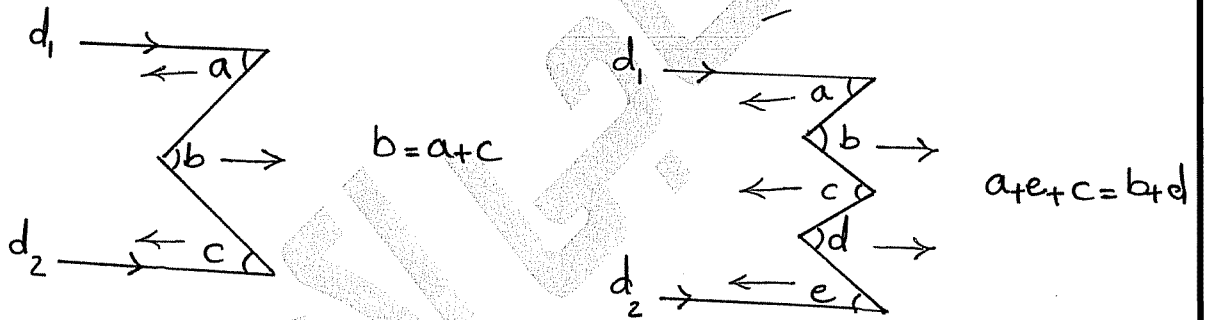
$$d_1 \parallel d_2 \rightarrow \alpha = \alpha \quad \text{قانون 2}$$

قانون U : مجموع زوایای بین دو خط موازی :

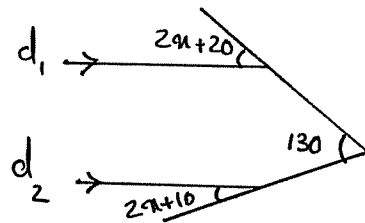
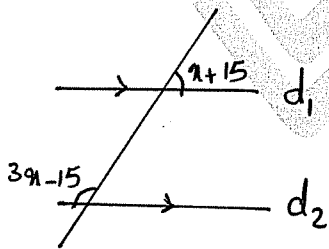


$d_1 \parallel d_2 \implies \alpha + \beta + \gamma + \theta + \dots =$

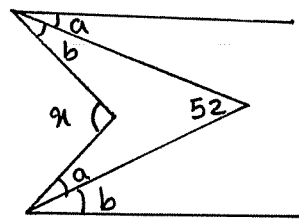
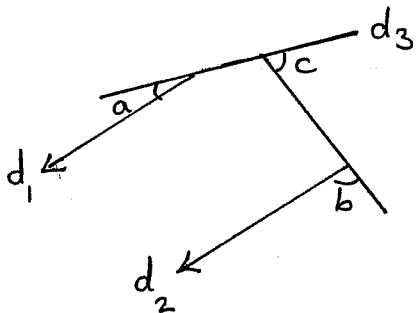
قانون M یا قانون زنجار :



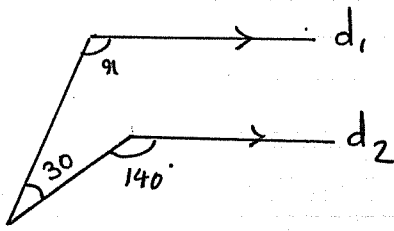
مجموع زوایای سمت راست = مجموع زوایای سمت چپ
 $d_1 \parallel d_2 \implies ?$



مثال :



سوال:

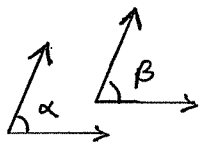


$$\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$$

انواع حالات دو خط نسبت بهم:

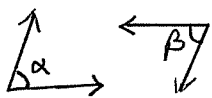
- ① متقاطع ()
- ② موازی ()
- ③ منطبق ()

زوایا با اضلاع موازی:



$$\alpha = \beta$$

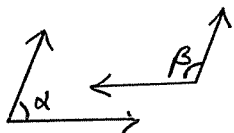
① اضلاع در جهت قیام موازی بوده ←



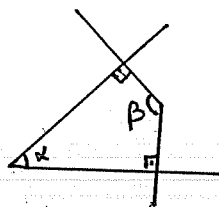
$$\alpha = \beta$$

② اضلاع در جهت عکس موازی بوده ←

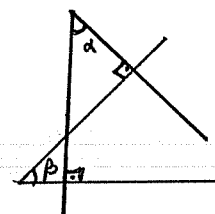
③ یکه از اضلاع در جهت قیام و دیگری در جهت عکس موازی می باشد ← $\alpha + \beta = 180$



زوایا با اضلاع عمود برهم:

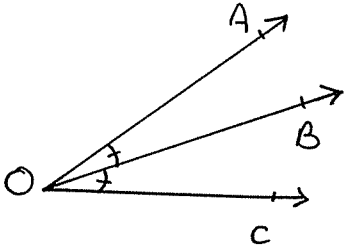


$$\alpha + \beta = 180$$



$$\hat{\alpha} = \hat{\beta}$$

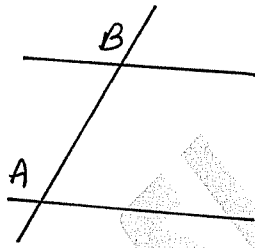
نیم زاویه: نیم خطی که یک زاویه را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند.



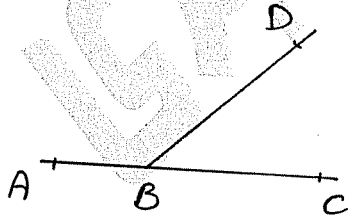
$$m(\hat{AOB}) = m(\hat{BOC})$$

پس می توان گفت:

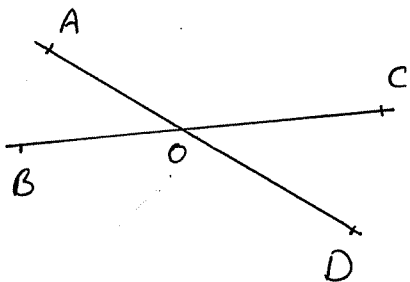
- تقاطع نیم زاویه دو زاویه بین دو خط موازی زاویه قائمه بوجود می آورد.



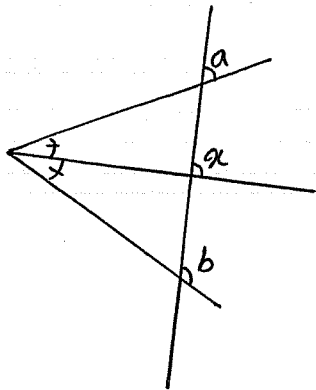
- تقاطع نیم زاویه دو زاویه عمود بوجود می آید.



- تقاطع نیم زاویه دو زاویه متقابل برآیند در یک اندازه می باشد.

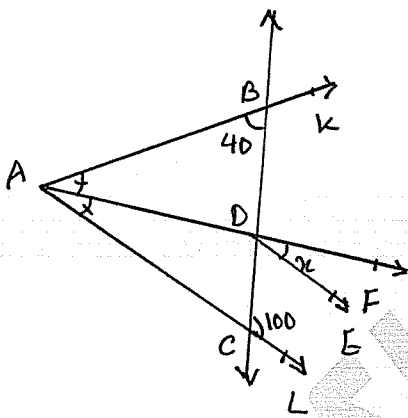


پاره خط، یک زاویه و نیز زاویه را قطع کند، زاویه ایجاد شده توسط این زاویه خط موازی، تعیین
 دو زاویه درجه برابر:

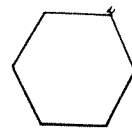
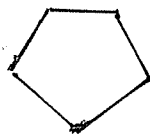


$$x = \frac{a+b}{2}$$

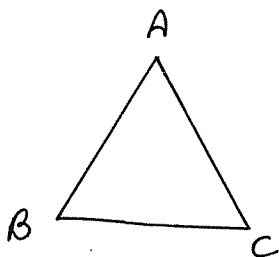
مثال:



مجموع زوایای داخلی:

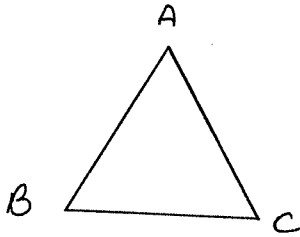


.....

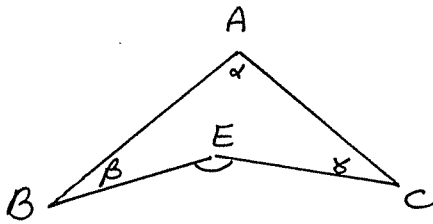


برای زاویه داخلی در مثل برابر است با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور

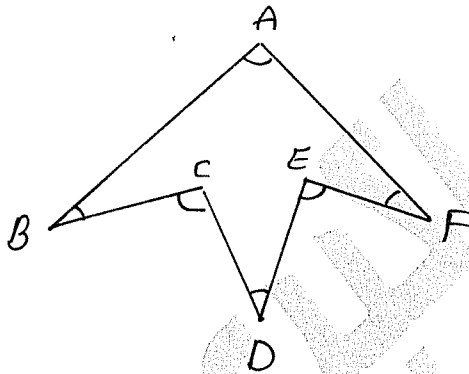
مجموع زوایای داخلی در مثلث برابر با 360 می باشد.



توجه بفرمایید:

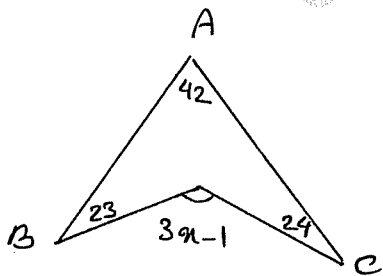


$$\hat{E} = \hat{A} + \hat{B} + \hat{C}$$

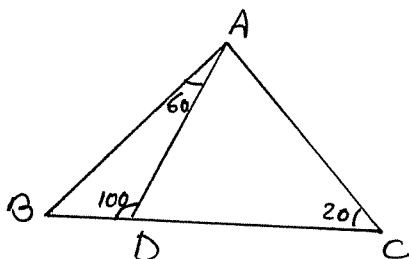


$$\hat{E} + \hat{C} = \hat{A} + \hat{B} + \hat{D} + \hat{F}$$

مجموع زوایای داخلی در مثلث برابر با مجموع زوایای داخلی در چهارضی می باشد.

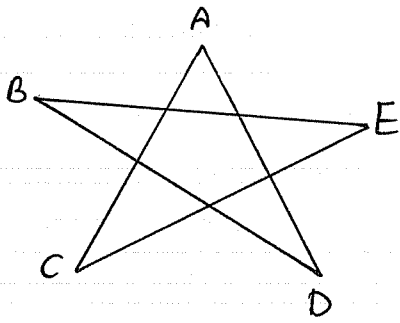


سوال:



$$m(\hat{BAC}) = ?$$

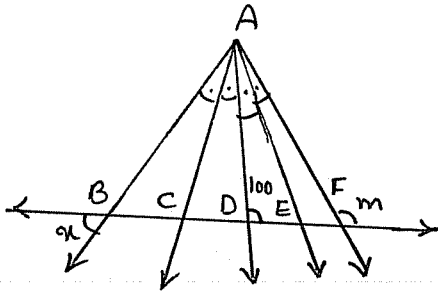
سوال:



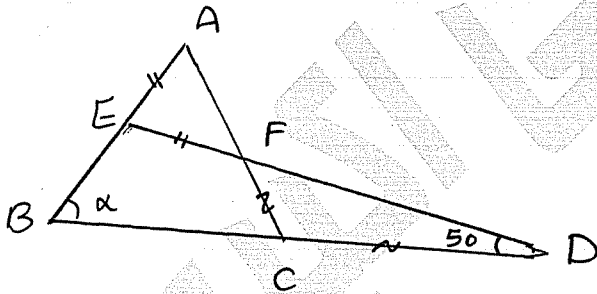
قضیه ستاره :
 $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} = 180$

مجموع زوایای خارجی = $(n-4) \cdot 180$ *مجموع زوایای داخلی*
 $720 = 720$ ← *مرا؟*

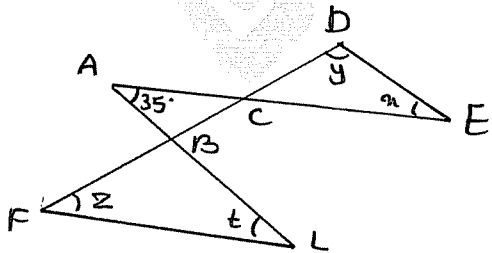
مثال :



$\alpha + m = ?$



مثال :



$\alpha + y + z + t = ?$

مثال :

حاجي اكبرى

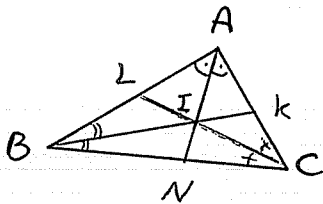
فصل دوم :

(زوایا در مثلث)

در یک مثلث به تعداد زوایای اصلاح ، ازواج نیی زوایای خارج و معاینه داریم .

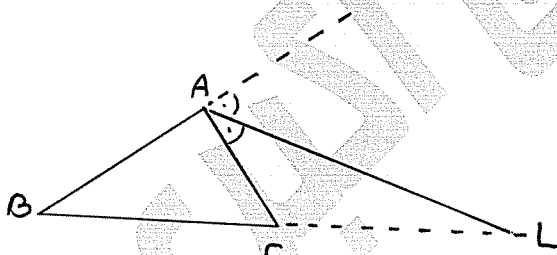
نیی زوایا :

نیم منظر که بیرون از راس دو قسمت مساوی تقسیم می شود



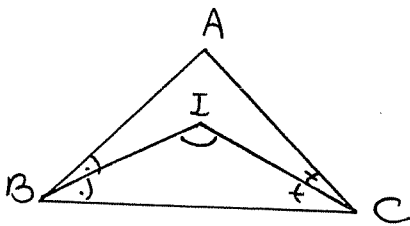
$$\begin{aligned} [AN] &= n_A \\ [BK] &= n_B \\ [CL] &= n_C \end{aligned}$$

نیی زوایای داخلی



$$[AL] = n_{A'} \text{ نیی زوایای بیرونی}$$

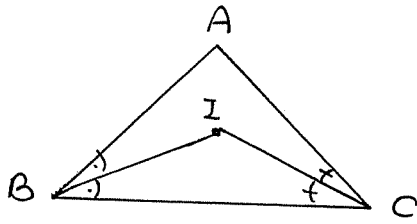
در صورت رسم دو نیی از خط مستقیم گذرنده از محل تلاقی نیی زوایای بیرونی زاویه بیرونی را خواهیم داشت .
 محل تلاقی نیی زوایای بیرونی را معمولاً با I نشان داده می شود .



① در صورت رسم دو نیی از داخلی در مثلث :

$$I = 90^\circ + \frac{A}{2}$$

نتیجه :



1

2

3

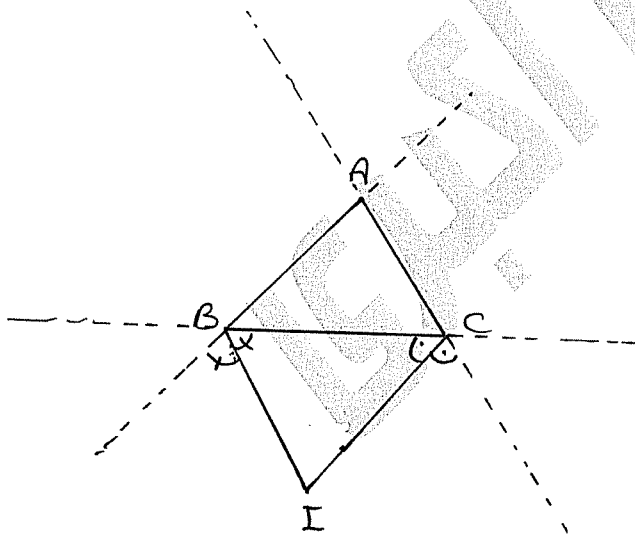
4

5

6

2) در صورت رسم دوتایی زاویه بی در مقابل :

$$I = 90 - \frac{A}{2}$$



نتیجه :

1

2

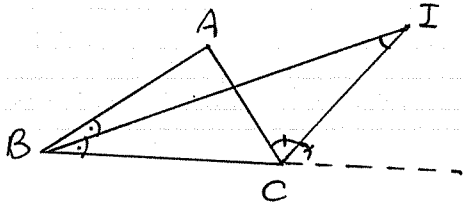
3

4

5

6

③ در صورت رسم نیم زا داخلی و نیم زا بیرونی



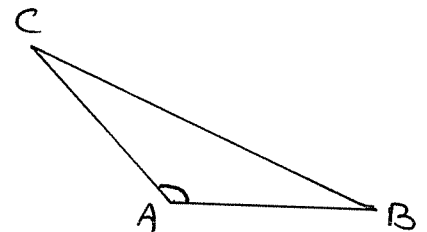
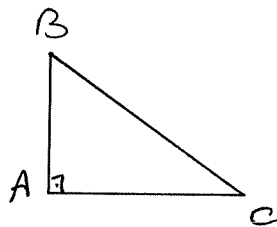
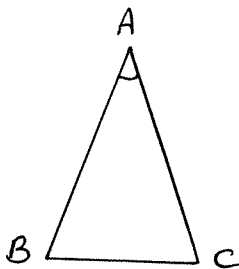
$$\hat{I} = \hat{A} / 2$$

نتیجه:

- ①
- ②
- ③

ارزش:

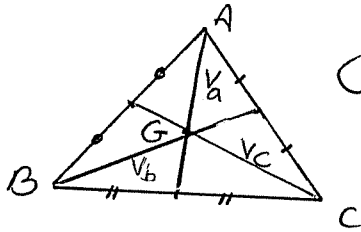
خطی که از هر زاویه در مثلث عمود بر ضلع مقابل رسم شود.



عملی علامت ارتفاع:

خطی که از محل تلاقی دو ارتفاع در مثلث از زاویه سوم عمود بر ضلع مقابل رسم شود.

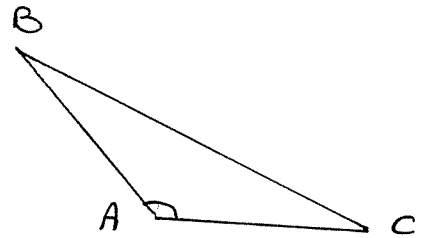
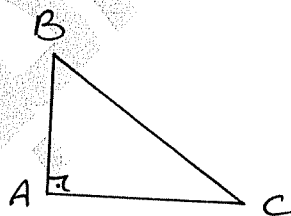
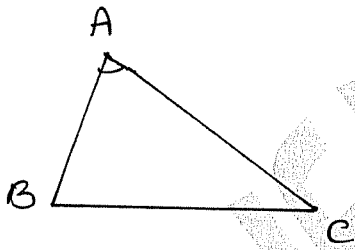
میان خط که از رأس بر ضلع مقابل رسم شود و ضلع را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند.



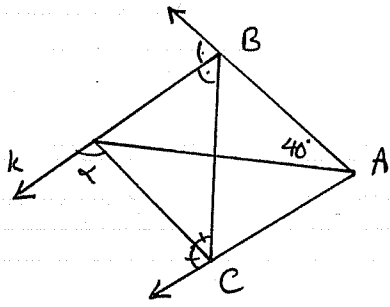
عمل تلاقی میان دو ضلع و یا خطوط بی نشان داده به یک مرکز تقاطع می باشد.

خطی که از محل تلاقی دو میان خط از رأس سوم رسم شود خط تقاطع میان خط را دارد.

مجموعه صفحات : مکان بندی تقاطع از صفحه که از دو سر یا از خط بی نشان فاصله می باشد.

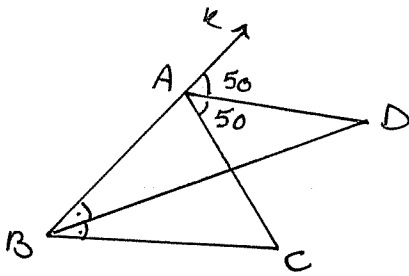


عمل برخورد سه عمود صفحه در صفحه (از سه رأس بی نشان فاصله است) مرکز دایره محیطی می باشد.



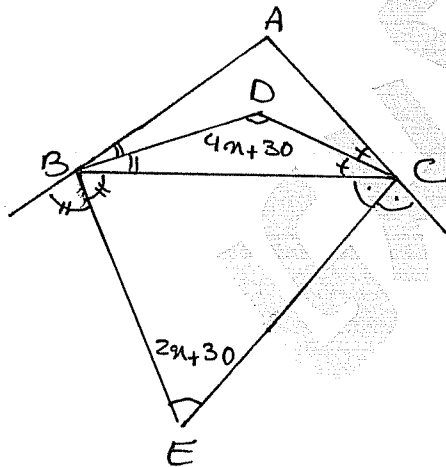
$x = ?$

سوال :



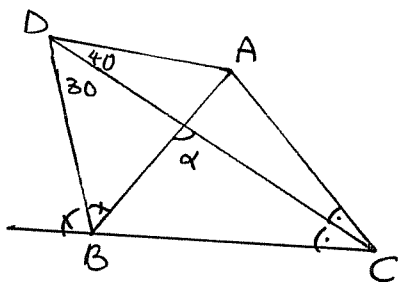
$m(\widehat{ABD}) = ?$

سوال :



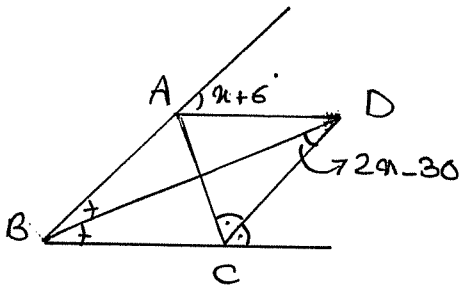
$x = ?$

سوال :



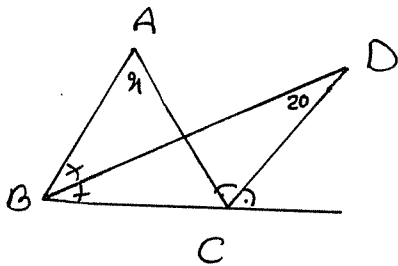
$\alpha = ?$

سوال :



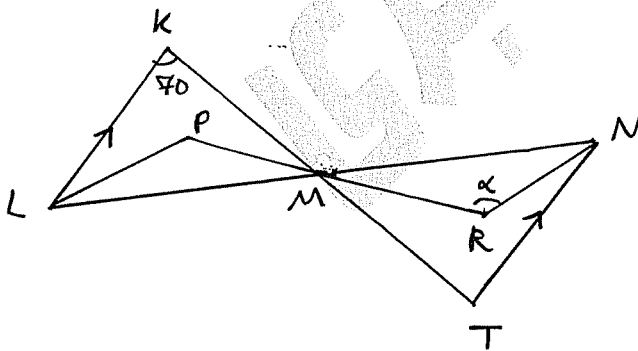
$x = ?$

سوال :



$x = ?$

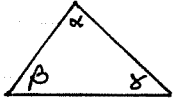
سوال :



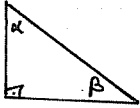
R, P على لایحه منتهی زدی مثلث که بیرون
 $\alpha = ?$

سوال :

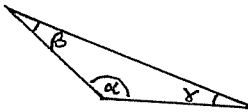
انواع مثلث لژ نظر زاویه :



(مثلث با زوایای تند)

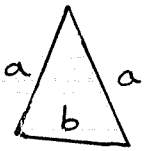


(مثلث با زاویه 90)

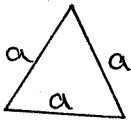


(مثلث با یک زاویه باز)

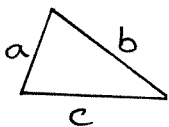
انواع مثلث لژ نظر اضلاع :



(مثلث متساوی الساقین)



(مثلث متساوی الاضلاع)

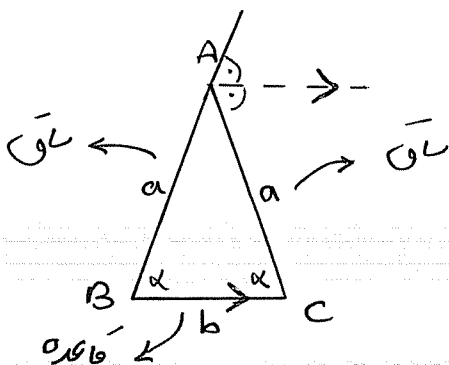


(مثلث مختلف الاضلاع)

مثلث متساوی الساقین :

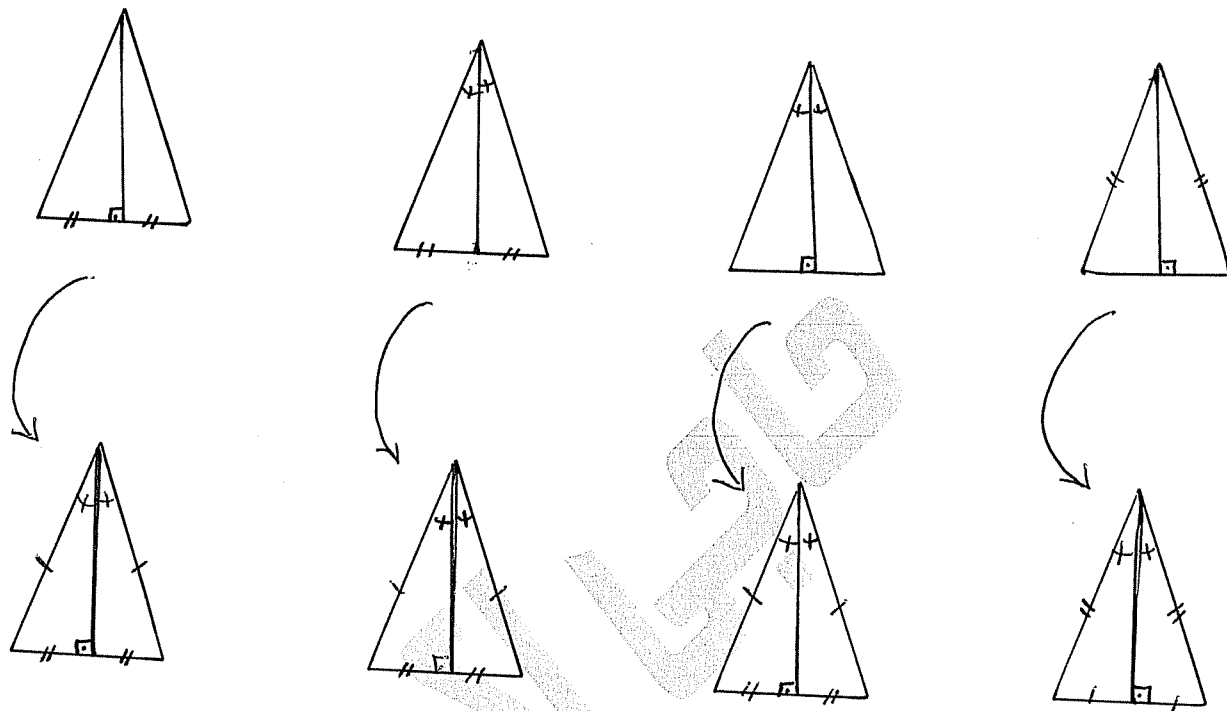
مثلثی است با دو ضلع و دو زاویه برابر و دارای دو ضلع ارتفاع، همانند و نیم زوایا برابر.

نیم زوایای هر رأس مثلث موازی با قاعده آن می باشد.

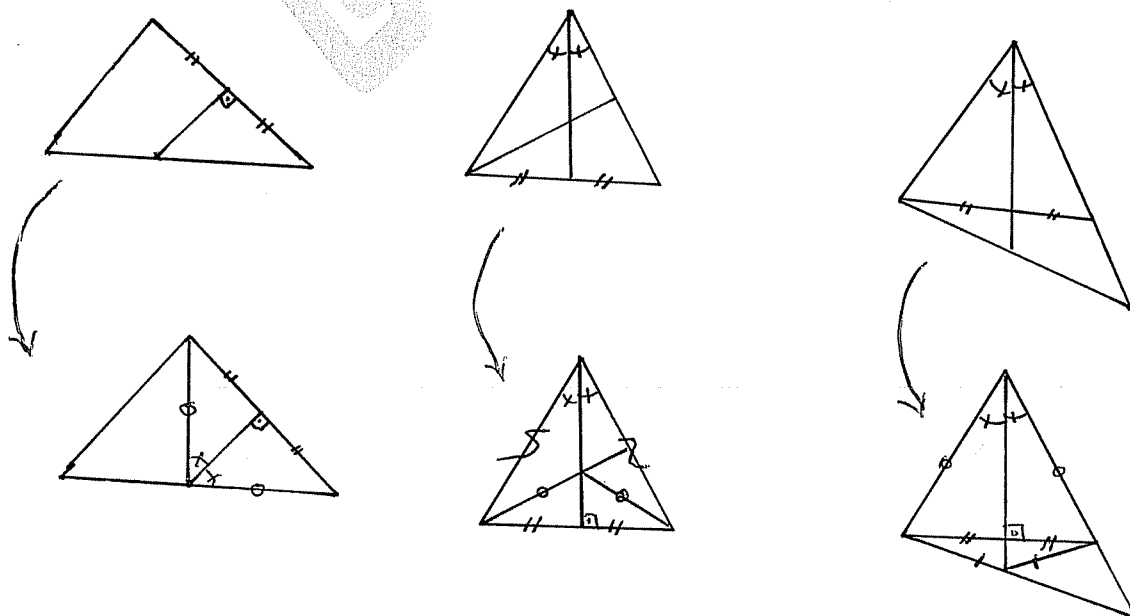


D - A - k - i

سپارچم :



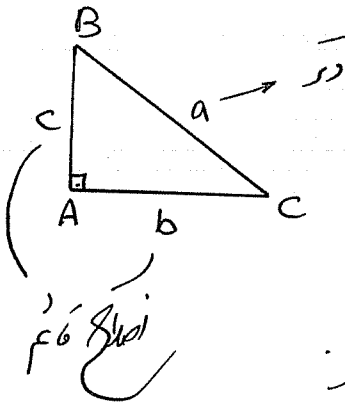
نمودهای از سوالات :



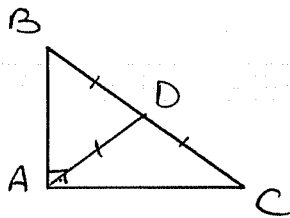
مثلث قائم الزاویه :

مثلثی که یک زاویه قائمه دارد و دو زاویه دیگر آن با هم متمم هستند

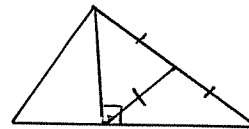
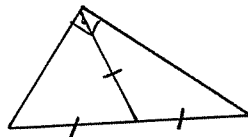
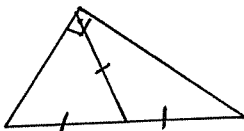
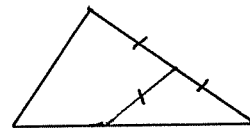
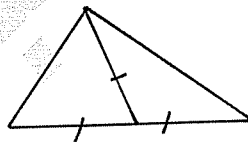
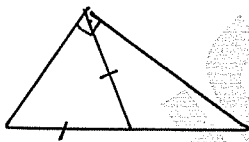
ضلع روبه روی زاویه قائمه بزرگترین بوده و وتر نام دارد



* اندازه میانه وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه برابر با نصف وتر می باشد



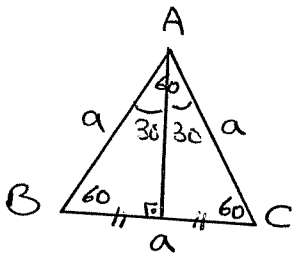
$$V_a = \frac{BC}{2}$$



مثلث متساوی الاضلاع :

هر ضلعی که دارای سه ضلع برابر باشد متساوی الاضلاع نامیده می شود. دارای سه زاویه 60 می باشد.
 در این مثلث فقط یک نوع ارتفاع، نصف زوایا داریم که هر سه با هم برابرند.

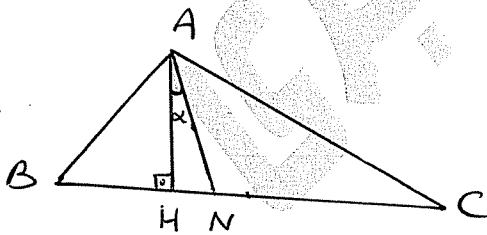
مساحت این مثلث برابر است با :



$$A(ABC) = \frac{\sqrt{3} a^2}{4}$$

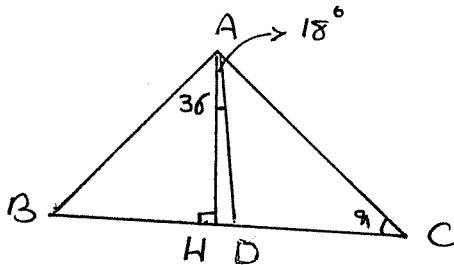
$$\varphi(ABC) = 3a$$

در هر مثلثی اندازه بین ارتفاع و میانه رسم شده از یک رأس برابر است با :



$$\alpha = \frac{|\hat{B} - \hat{C}|}{2}$$

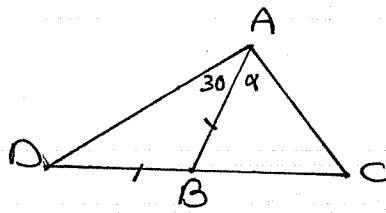
← : نه!



$$AD : a \text{ و } 10 \text{ تا } y$$

$$\alpha = ?$$

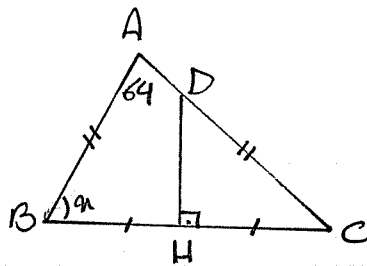
مسئله :



$\alpha = ?$

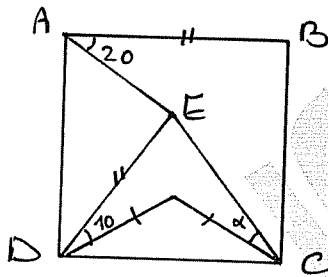
$AD = DC$

سوال :

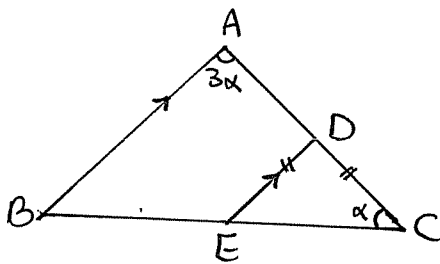


$\alpha = ?$

سوال :



سوال :



$m(\hat{CDE}) = ?$

سوال :

حاجی اكبری